

下記の解法は以下の条件を仮定している。

- ① ひもの質量や体積は無視する。
- ② 空気中で物体 A をつるしたとき、図 2 で物体 B をつるしたとき、図 3 で物体 B を容器の底面に接するように沈めたときは、いずれも物体は静止している。
- ③ 図 3 で物体 B と容器の底面の間は真空でなく、物体 B には浮力がはたらいている。
- ④ 立方体の 1 辺とばねののびは測定値でなく、真の値として扱う。

(i) 3月8日発表の採点基準 [解答 1.20 N]

物体 A (重さ 1.80 N) を空気中でつるしたとき、ばねは 6 cm のびた。よって、このばねは 0.300 N で 1 cm のびる。(ばね定数 0.300 N/cm)

実験 2 の図 2 のように物体 B を水中に完全に沈めたところ、ばねは 12 cm になった。よって、ばねののびは 7 cm であり、このときのばねの弾性力は 2.10 N である。このとき物体 B にはたらく力を右図 a に示す。物体 B にはたらく重力は 2.70 N、ひもが物体 B を引く力は 2.10 N である。物体 B にはたらく力のつり合いより、物体 B にはたらく浮力は 0.60 N と求められる。

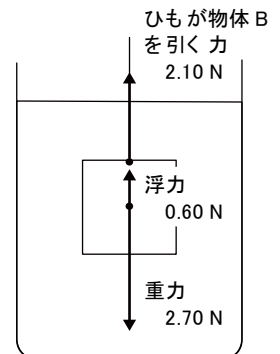


図 a

※このとき得られる浮力 0.60 N が実験 1 で得られる浮力 0.64 N と矛盾している。また、物体 B の体積 64 cm^3 、水の密度 1.0 g/cm^3 、重力加速度 10 m/s^2 (100 g の物体にはたらく重力は 1N) より、アルキメデスの原理によって物体 B にはたらく浮力は 0.64 N と求められる。実験 2 の図 2 で得られる浮力 0.60 N は、この値とも矛盾している。

実験 2 の図 3 のように、物体 B が容器の底面に接するように沈めたところ、ばねは 8 cm になった。よって、ばねののびは 3 cm であり、このときのばねの弾性力は 0.900 N である。このとき物体 B にはたらく力を右図 b に示す。物体 B にはたらく重力は 2.70 N、ひもが物体 B を引く力は 0.900 N、物体 B にはたらく浮力は 0.60 N である。物体 B にはたらく力のつり合いより、容器の底面が物体 B を上向きに押す力 (垂直抗力) は 1.20 N と求められる。

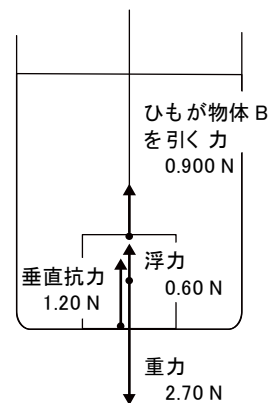


図 b

(ii) 3月9日発表の採点基準 (一度目の解答修正) で追加された解答 [1.16 N]

物体 A (重さ 1.80 N) を空気中でつるしたとき、ばねは 6 cm のびた。よって、このばねは 0.300 N で 1 cm のびる。(ばね定数 0.300 N/cm)

実験 1 より、空気中で物体 B の重さから物体 B を完全に水中に沈めたときのばねばかりの値を引くと、物体 B にはたらく浮力 0.64 N が求められる。

実験 2 の図 3 のように、物体 B が容器の底面に接するように沈めたところ、ばねは 8 cm になった。よって、ばねののびは 3 cm であり、このときのばねの弾性力は 0.900 N である。このとき物体 B にはたらく力を右図 c に示す。物体 B にはたらく重力は 2.70 N、ひもが物体 B を引く力は 0.900 N、物体 B にはたらく浮力は 0.64 N である。物体 B にはたらく力のつり合いより、容器の底面が物体 B を上向きに押す力 (垂直抗力) は 1.16 N と求められる。

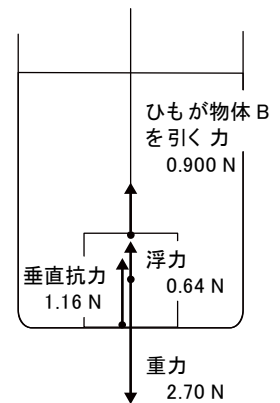


図 c

(iii) 3月12日発表の採点基準(二度目の解答修正) [解答 1.15~1.23 (の範囲内の数値) N]

実験2の図2では、ばねの伸びは7 cmであり、物体Bには重力、浮力(F_2 とする)、ひもが物体Bを引く力がはたらく。このときのようなすを右図dに示す。伸び1 cmあたりのばねの引く力(ばね定数)を k [N/cm]とすると、物体Bにはたらく力のつり合いより、

$$7k + F_2 = 2.70$$

が成り立つ。ばね定数 k は、

$$k = \frac{2.70 - F_2}{7} \quad \dots \textcircled{1}$$

と表される。

一方、実験2の図3では、ばねの伸びは3 cmであり、物体Bには重力、浮力(F_3 とする)、ひもが物体Bを引く力、容器の底面が物体Bを上向きに押す力(垂直抗力 N とする)がはたらく。このときのようなすを右図eに示す。物体Bにはたらく力のつり合いより、

$$3k + F_3 + N = 2.70$$

が成り立つ。垂直抗力 N は、

$$N = 2.70 - (F_3 + 3k)$$

と表される。ここで①を用いると、

$$N = 2.70 - \left(F_3 + \frac{2.70 - F_2}{7} \times 3 \right) \quad \dots \textcircled{2}$$

と表される。得られた②式は、定義した文字は異なるが、県教委からいただいた計算過程に記載されたものと同じである。

浮力の値は、実験1から0.64 N、実験2から0.60 Nと求められる。②の F_2 , F_3 にはこれらの値を用いることができ、その組み合わせは $(F_2, F_3) = (0.60, 0.60), (0.60, 0.64), (0.64, 0.60), (0.64, 0.64)$ の4通りである。以下、それぞれの組み合わせについて計算を行う。

[1] $(F_2, F_3) = (0.60, 0.60)$ のとき

$$N = 2.70 - \left(0.60 + \frac{2.70 - 0.60}{7} \times 3 \right) = 2.70 - (0.60 + 0.30 \times 3) = 2.70 - 1.50 = 1.20$$

前述(i)の解法と同様であり、解答1.20 Nとなる。

[2] $(F_2, F_3) = (0.60, 0.64)$ のとき

$$N = 2.70 - \left(0.64 + \frac{2.70 - 0.60}{7} \times 3 \right) = 2.70 - (0.64 + 0.30 \times 3) = 2.70 - 1.54 = 1.16$$

前述(ii)の解法と同様であり、解答1.16 Nとなる。

[3] $(F_2, F_3) = (0.64, 0.60)$ のとき

$$N = 2.70 - \left(0.60 + \frac{2.70 - 0.64}{7} \times 3 \right) = 2.70 - \left(0.60 + \frac{2.06}{7} \times 3 \right) = 2.70 - (0.60 + 0.294 \dots \times 3)$$

ここで、0.294...の小数第3位を四捨五入すると、 $0.294 \dots \approx 0.29$ となる。

$$N = 2.70 - (0.60 + 0.294 \dots \times 3) \approx 2.70 - (0.60 + 0.29 \times 3) = 2.70 - 1.47 = 1.23$$

求めた解答1.23 Nは、本問で考えられる最大の値である。

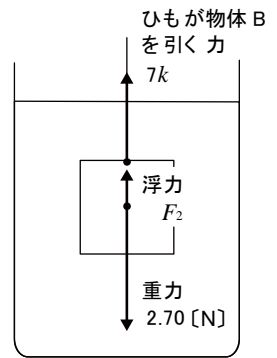


図 d

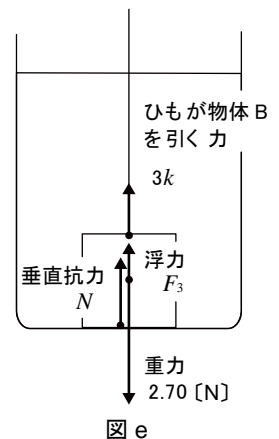


図 e

[4] $(F_2, F_3) = (0.64, 0.64)$ のとき

$$N = 2.70 - \left(0.64 + \frac{2.70 - 0.64}{7} \times 3 \right) = 2.70 - \left(0.64 + \frac{2.06}{7} \times 3 \right) = 2.70 - (0.64 + 0.29\cdots \times 3)$$

ここで、 $0.29\cdots$ の小数第2位を四捨五入すると、 $0.29\cdots \doteq 0.3$ となる。

$$N = 2.70 - (0.64 + 0.29\cdots \times 3) \doteq 2.70 - (0.64 + 0.3 \times 3) = 2.70 - 1.54 = 1.16$$

小数第2位を四捨五入したのは、ひく数を最大にして、上向きと下向きの力の大きさの差を最小にするためである。しかし、この解法で求めた解答は $1.16N$ であり、県教委の発表する最小の値 1.15 よりも大きい。

そこで、計算の順序を変えてみる。

$$N = 2.70 - \left(0.64 + \frac{2.70 - 0.64}{7} \times 3 \right) = 2.70 - \left(0.64 + \frac{6.18}{7} \right) = 2.70 - (0.64 + 0.88\cdots)$$

ここで、 $0.88\cdots$ の小数第2位を四捨五入すると、 $0.88\cdots \doteq 0.9$ となる。

$$N = 2.70 - (0.64 + 0.88\cdots) \doteq 2.70 - (0.64 + 0.9) = 2.70 - 1.54 = 1.16$$

求めた解答は先のものと同じであるため、四捨五入する位を小数第1位としてみると、 $0.88\cdots \doteq 1$ となる。

$$N = 2.70 - (0.64 + 0.88\cdots) \doteq 2.70 - (0.64 + 1) = 2.70 - 1.64 = 1.06$$

県教委の発表する最小の値 1.15 より小さくなり、この解法は採点基準を満たさないと考えられる。この他にも②式を展開してから代入する解法等が考えられるが、最小の値 1.15 の合理的な求め方は不明である。