令和２年度　青森県立高校入試　数学解説

1

(1)
ア　$-5-(-7)=-5+7=2$

イ　$\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)\times 12=\frac{1}{4}\times 12-\frac{2}{3}\times 12=3-8=-5$

ウ　$4x\times\frac{2}{5}xy\div 2x^2=\frac{4x\times 2xy\times 1}{1\times 5\times 2x^2}=\frac{4}{5}y$

エ　$(-2a+3)(2a+3)+9=-4a^2-6a+6a+9+9=-4a^2+18$

オ　$\sqrt{24}\div\sqrt{8}-\sqrt{12}=\sqrt{3}-2\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(2)　$100a+50b=10c$　または，$10a+5b=c$

(3)　$150=2\times 3\times 5^2$

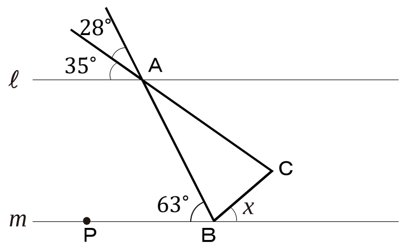
(4)　$\begin{cases} y=4(x+2) \\ 6x-y=-10 \end{cases}$

代入法で解くと　$x-4(x+2)=-10$，$6x-4x-8=-10$　，$2x=-2$　，$x=-1$
$x=1$ を$y=4(x+2)$に代入して　$y=4(-1+2)$　，$y=4\times 1$　，$y=4$
よって　$x=-1$，$y=4$

(5)　$y=\frac{a}{x}$ は反比例なので，グラフはx軸と交わることがない。よって　エ　が適切でない。

(6)　全部の白玉の数を x 個とする。標本調査で，白玉の個数：黒玉の個数 $=30:4$。また，
全部の白玉の数：全部の黒玉の数 $=x:100$。
よって，$x:100=30:4$，これを解くと $x=750$ 。よって 750 個。

(7) △ABC において，$\angle\mathrm{BAC}=28°$(対頂角)，$\mathrm{AB}=\mathrm{AC}$ より，
$\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{ACB}=76°$　。
また，図で$\angle\mathrm{ABP}=28°+35°=63°$ ($\ell\,//\,m$の同位角)
よって$\angle x=180°-(76°+63°)=41°$



(8)　球の表面積の公式は，$S=4\pi r^2$　($S=$ 面積，$r=$ 球の半径)なので，
(半球の表面積) = (曲面積) + (断面積) $=\left(4\times\pi\times 6^2\times\frac{1}{2}\right)+(\pi\times 6^2)=108\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

2

(1)

ア　図３において，

$p = ab + cd + ac + bd$
$\quad = 2 \times 3 + 7 \times d + 2 \times 7 + 3 \times d$
$\quad = 6 + 7d + 14 + 3d$
$\quad = 10d + 20$

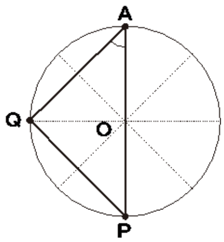
$p = 150$ のとき，$10d + 20 = 150$　よって，$d = 13$

イ　図４において，$P = 168$ のとき，

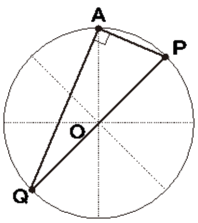
$P = 3b + 9c + +3c + 9b = 168$
$12b + 12c = 168$
$12(b + c) = 168$
$b + c = 14$

$a < b < c < d$ より，$3 < b < c < 9$
これと $b + c = 14$ を満たすのは　$b = 6$，$c = 8$

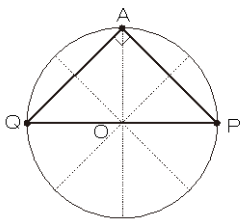
(2)　ア　$x = 4$，$y = 2$ のとき，点 P，点 Q はそれぞれ右の図ような位置になる。
このとき，線分 AP は直径なので，半円の弧に対する円周角より∠AQP ＝ 90°。
また，QA ＝ QP の直角二等辺三角形より，∠PAQ＝45°



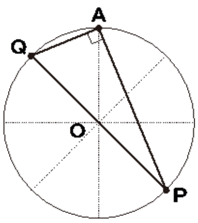
イ　∠PAQ ＝ 90°になる条件として，PQ が直径で，∠PAQ が半円の弧に対する円周角になれば良い。
そのときの点 P，Q の位置は下の図のときである。



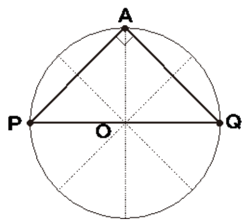
$x = 1$ のとき，$y = 3$



$x = 2$ のとき，$y = 2$



$x = 3$ のとき，$y = 1$



$x = 6$ のとき，$y = 6$

よって $\dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

3

(1)ア　△BCH は直角二等辺三角形なので $\mathrm{BH} = 6\ (\mathrm{cm})$，△ABH で三平方の定理より $\mathrm{AH} = 8\ (\mathrm{cm})$。

イ　△ABH を AC を軸として回転させてできる円錐の体積は，$(6 \times 6 \times \pi) \times 8 \times \frac{1}{3} = 96\pi\ (\mathrm{cm}^3)$，

△BCH を AC を軸として回転させてできる円錐の体積は，$(6 \times 6 \times \pi) \times 6 \times \frac{1}{3} = 72\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

であるから，合わせて $168\pi\ (\mathrm{cm}^3)$。

ウ　側面のおうぎ形の弧の長さは，求める中心角を x 度とおくと，$20 \times \pi \times \frac{x}{360} = \frac{x}{18}\pi\ (\mathrm{cm})$，
また底面の半径 $6(\mathrm{cm})$より，底面の円周は $12 \times \pi = 12\pi\ (\mathrm{cm})$。底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいので，$\frac{x}{18}\pi = 12\pi$，$x = 216$ (度)。

(2)ア　採点基準参照

イ　アより，△ABE と△CBD の相似比は $1 : \sqrt{3}$であるから，面積比は $1 : 3$ である。

△ABE の面積をSとおくと，△ABE：△CBD $= S : 3S$と表される。

また，平行な 2 直線から△BFC ∽ △DFE より，△BFC と△DFE の相似比は BC：DE＝3：2 である。

△CBD の底辺を BD とすると，△BCF と△CFD と△CBD の底辺の比は BF：FD：BD $= 3 : 2 : 5$。

△CBD を 5 等分したうちの 3 つ分の面積が△BCF なので，△BCF =△CBD $\times \frac{3}{5} = 3S \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5}S$

よって△BCF の面積は△ABE の面積の $\frac{9}{5}$ 倍である。

4

(1)　$y = \frac{1}{3}x^2$でxの変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の最小値は$x = 0$ のとき$y = 0$，最大値は $x = -3$ のとき $y = 3$ であるから，$0 \leqq y \leqq 3$ 。

(2)　$y = -\frac{1}{2}x^2$上の 2 点，$\mathrm{A}(-4,\ -8)$，$\mathrm{B}(2,\ -2)$より，$y = x - 4$ 。

(3)ア　点 P は $y = \frac{1}{3}x^2$上より，$x = t$を代入して，$y = \frac{1}{3}t^2$。

イ　$\mathrm{OC} = \frac{1}{3}t^2$，$\mathrm{CP} = t$ であるから，$\mathrm{OC} + \mathrm{CP} = 18$ に代入して，$\frac{1}{3}t^2 + t = 18$，これを解いて，
$t^2 + 3t - 54 = 0$，$(t - 6)(t + 9) = 0$，$t > 0$ なので，$t = 6$ 。よって，$\mathrm{P}(6,\ 12)$ 。

5

(1) 水を入れ始めてから，底面 A 上の水面が仕切り①の高さまで高くなったあと，底面 B 上へ水があふれ出る。このとき，底面 B 上に入った水が，仕切り①の高さになるまでの間は，底面 A 上の水面の高さは変わらず，底面 A 上の水面の高さと仕切り①の高さは等しいことになる。
よって，図 4 のグラフから，仕切り①の高さは 12 (cm)。

(2) 図 4 より，水を入れ始めてから 4 分後の底面 A 上の水面の高さは 12cm。よって，1 分間で水面が 3cm ずつ高くなるので，あ= 3。

底面 A 上に水を入れ始めてから 4 分後に水が底面 B 上へあふれ出る。水を入れ始めてから 5 分後は，底面 B 上に水が入り始めてから 1 分経った状態である。また，底面 A，B，C は合同なので，底面 B 上も水面の高さが 1 分間で 3cm ずつ高くなる。よって い= 3。

水を入れ始めてから 4 分後までは底面 A 上に水が入り，4 分後から 8 分後までは底面 A 上からあふれ出た水が底面 B 上に入り，8 分後に底面 A 上，B 上の水面の高さが同じ 12cm になる。
8 分後からは底面 A 上，B 上の 2 つの底面上に水が入るので，それぞれに入る水の量はこれまでの半分ずつになり，それぞれの水面の高さは 1 分間で 1.5cm ずつ高くなる。
それぞれの底面上の水面の高さが 12cm になってから 18cm になるまでにかかる時間は，
$6 \div 1.5 = 4$(分間)。
よって，水を入れ始めてから底面 A 上，B 上の水面の高さが 18cm になるのは，12 分後。
よって う= 12。

(3) 採点基準参照。
※ $4 \leqq x \leqq 8$ では 1 分で 3cm ずつ高くなり，$8 \leqq x \leqq 14$ では 1 分で 1.5cm ずつ高くなる。(前問参照)

(4) 水を入れ始めてから，水面の高さが仕切り②の高さと同じになるのは 14 分後。
14 分後から 20 分後の 6 分間では，仕切り②からあふれ出た水がすべて底面 C 上に入る。
それぞれの底面上に入る水面の高さは 1 分毎に 3cm ずつ高くなるので，
水を入れ始めてから 20 分後の底面 C 上の水面の高さは，3(cm/分) × 6(分) = 18(cm)である。